

文章编号: 1000-7598 (2013) 07-1832-08

对库仑土压力理论的若干修正

陈文胜, 李苗苗, 张永杰, 蔡小林

(长沙理工大学 土木与建筑学院, 长沙 410114)

摘 要: 库仑土压力理论至今仍是计算土压力的重要方法而被人们所熟知。通过分析库仑土压力的墙后土楔体的受力特点, 特别是深入研究了土楔体与墙的作用力关系, 对库仑土压力理论给出了一些修正。认为土楔体和挡土墙之间的作用力(即定义的土压力), 并非一定要达到极限状态, 所以不能确定土压力的作用方向, 但土压力的作用方向必须在其允许的角度范围之内。所以, 认为库仑主动土压力为作用方向角度变化范围内的最大值, 库仑被动土压力为作用方向角度变化范围内的最小值。对于墙后土楔体, 认为墙体和土楔体是两个不同物体, 土楔体的形成是因为土中产生潜在破裂面, 而原库仑土压力理论要求墙体与土之间也达到临界状态是不必要的。墙体对土楔体的作用力(即土压力)实质就是相当于一物(墙)施加于另一物(土楔体)的力, 即使土楔体滑动了, 两物之间也并非要滑动。推导了主动土压力计算公式, 给出了被动土压力的近似计算方案。算例证明, 计算结果与原库仑理论有明显不同。该研究对库仑土压力的修正和求解值得引起重视。

关 键 词: 库仑土压力理论; 修正; 挡土墙; 极限平衡; 土楔体

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Modifications to Coulomb's theory of earth pressure

CHEN Wen-sheng, LI Miao-miao, ZHANG Yong-jie, CAI Xiao-lin

(School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: Coulomb's theory of earth pressure is still playing an important role in calculating soil earth pressure and is well known all the world. By analyzing the mechanical characteristics of the limiting equilibrium soil wedge behind the retaining wall, especially the force between the soil wedge and retaining wall, some modifications to traditional Coulomb's theory of earth pressure are presented. Considering that it is not necessary for the force (which is defined as earth pressure) between the wedge and the retaining wall surface to be on the point of sliding or to be in a condition of limiting equilibrium; the direction of the earth pressure can not be determined, but it must be limited in an allowed range according to the friction angle. Therefore, the active earth pressure is defined as the maximum value of the force within the allowed range; and the passive earth pressure is the minimum value of the force within the corresponding allowed range. This paper also considers that the soil wedge and the retaining wall are two different objects; and the soil wedge is formed only because of the potential failure surface of the soil itself. In other words, it is not necessary for the force between the wedge and the wall surface to achieve a critical state. As a matter of fact, the force between the wall surface and the soil wedge is equivalent to the force exerted on an object (soil wedge) by another object (retaining wall); and even if the soil wedge slides along a failure surface, the two objects do not need to slide each other along their contact surface. The formulas of the modified active earth pressure are derived and an approximate solution is presented for the passive earth pressure calculation. Examples prove that the results of this study are significantly different from the classic Coulomb's theory. The works of modifying Coulomb's theory of earth pressure deserve much more attention.

Key words: Coulomb's theory of earth pressure; modifications; retaining wall; limiting equilibrium; soil wedge

1 引 言

库仑土压力理论是两大经典土压力理论之一, 在工程上得到广泛应用, 并已编入相关工程设计计算规范以及专业教材, 成为众多挡土墙工程设计的

理论基础和依据, 在国内外具有广泛的影响。

库仑土压力理论是法国科学家库仑(Coulomb)于 1773 年提出, 距今已 200 多年了, 在人类近代的土木工程活动中影响深远。库仑土压力理论之所以能称为经典土压力理论沿用至今并得到如此广泛的

收稿日期: 2012-12-18

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51279018, No. 51208063); 国家科技支撑计划课题(No. 2011BAB10B03-02)。

第一作者简介: 陈文胜, 男, 1966 年生, 博士, 教授, 研究员, 主要从事岩土工程教学与科研工作。E-mail: chenwensheng1966@126.com

应用,笔者认为主要原因表现在两点:一是计算模型的简练,概念清晰易懂,容易被土木工程师理解;其二是计算操纵直观易行,更便于推广应用,受工程师们的欢迎。该理论体现了“简单就是美”这样一个理念(用最简便的方法解决复杂问题),就像数学家所寻求结果的最简表达式,库仑土压力理论是解决土压力问题的最简途径之一。

多年来,国内外众多学者对土压力理论进行了持续不懈的研究。因为经典库仑土压力只适用于无黏性土的情况,文献[1-5]等基于极限平衡理论和平面滑裂面假定,对一般情况下考虑黏性土作用的挡土墙主动土压力等方面进行了研究,使经典理论的适用范围有所扩大,当然在黏性土土压力的计算方面,郎肯土压力理论显得更得心应手^[6-8]。随着计算技术提高,也有研究通过更复杂的数学求解,从而提高计算精度,如文献[9]利用变分方法,将土压力求解转变为泛函极值问题。概括而言,土压力问题一直是岩土工程的一个重要方面,看似简单且历史悠久的课题,至今仍在引起研究人员的兴趣,同时也说明对土压力问题的研究目前仍没有达到令人满意的结论。大多数的研究成果也说明,目前对土压力理论的研究是模型或假设更复杂了,且通过引入非线性方法或有限元等现代数值方法,可能求到更精确的结果,但同时使土压力计算理论偏离了“经典”,应用起来变得繁琐。这也是两大经典土压力理论至今无法被其他方法替代的原因。

作为经典理论,库仑土压力理论被广泛应用于设计计算并作为理论基础编入众多的教科书。但有学者也对库仑土压力理论产生过质疑,其中最著名的是1954年茅以升先生从力学观点出发,对库仑土压力理论提出了若干问题和质疑^[10]。虽然半个世纪过去了,这些问题仍然显得很尖锐。其中重要的两点如下^[10]:

(1) 在解算力学问题时,每个力有3个因素都该同时考虑,但库仑对土楔滑动面上土反力的施力点竟置之不理,因而才能对挡土墙上土压力的倾斜角作一硬性假定,使它等于墙和土间的摩擦角。然而施力点是不能不管的,因而土压力的倾斜角是不能离开平衡条件而被随意指定。

(2) 如果考虑了土反力的施力点,则土楔只能在滑动面上或在墙面上有滑动的趋势,而不能同时在两个面上都有滑动的趋势,因而库仑的基本概念“滑动土楔”就站不住了。

以上对库仑土压力提出的质疑,已经涉及到库仑土压力的力学基础。从质疑中可以看到,一直被

人们捧为“经典”的库仑土压力理论,可能在基本的力学问题上有不足,甚至存在错误。

笔者基于对库仑土压力的认识,从基本的力学方法和力学现象出发,对库仑土压力提出了一些修正,通过本文的工作,希望使问题得到更合理的解答。

2 对库仑主动土压力的修正

本文的分析模型,亦即要研究问题的对象,将与原库仑理论所研究的对象保持一致。

如图1所示,墙高为 H 的挡土墙,墙背 AB 倾斜, AB 与竖直线的夹角为 α ,墙后填土表面 AC 是一平面,与水平面的夹角为 β ,墙背与墙后土间的摩擦角为 δ ,墙后填土的摩擦角为 φ 。若墙后土体达到极限平衡状态(主动状态),土体产生沿某一平面 BC 达到剪切极限,形成土楔体 ABC , BC 与垂线夹角为 θ 。图1的模型与经典库仑土压力是一致的。在此模型下分析滑动土楔体 ABC 的受力情况如下:

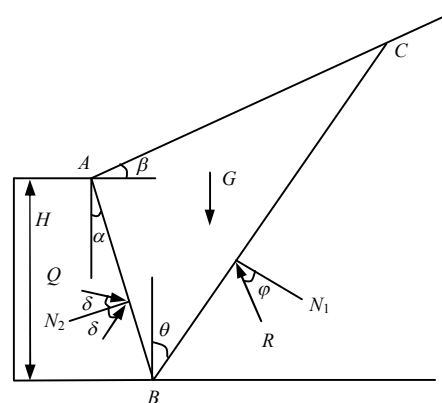


图1 库仑主动土压力模型图

Fig.1 Model of Coulomb's active earth pressure

(1) 滑动土楔体 ABC 的重力 G 。若 θ 值已知,则 G 的大小、方向及作用点位置均已知,亦即 G 是 θ 值的函数。

(2) 土楔体 ABC 在 BC 面上受到反力 R 。由于墙后滑动土楔体 ABC 在 BC 面达到极限状态,与经典库仑土压力保持一致, R 的方向与 BC 的法线 N_1 成 φ 角, R 合力的大小和作用点未知。

(3) 挡土墙 AB 面对滑动土楔体 ABC 的反力 Q ,即土体作用在挡土墙上的主动土压力。对于这个力,详细分析如下:

经典库仑土压力理论认为此时滑动土楔体 ABC 有向下滑动的趋势,并同时认为 AB 面也达到极限,所以认为 Q 的方向也已确定。

然而,当 BC 面的受力达到极限时,并不要求

AB 面也达到极限和确定的滑动趋势。土楔体和墙体是两个不同的物体或对象,土楔体在 BC 面受力达到极限时, ABC 土楔体作用在墙体上的力即 Q ,只要在容许范围值或方向内即可。就像分析一般力学问题一样,物体与物体间的作用力并非一定要求物体间接触力达到摩擦角的极限。没有要求其达到极限,就不可能确定其滑动趋势,一定要确定滑动趋势的话,也应该在分析 Q 后再进行确定。

茅以升^[10]曾质疑库仑土压力就指出:“土楔只能在滑动面上,或在墙面上,有滑动的趋势,而不能同时在两个面上都有滑动的趋势,因而库仑的基本概念‘滑动土楔’就站不住了。”茅先生的质疑认为经典库仑理论是自身矛盾的。然而,本文认为:滑动的趋势并不代表已滑动,只是一种极限条件下的静止状态,位移条件没有改变。既然仍然是静止状态,这种在两个面上滑动趋势的矛盾就不存在(因为没有滑动)。此时的状态实质是一种受力状态,是可以成立的。

进一步地分析可以看到,库仑土压力的前提,只要求滑动面上有滑动趋势或滑动临界状态(达到剪切极限平衡状态);而在墙面上,并非一定达到极限状态(也可能达到),沿墙面的滑动趋势也不能确定;对于“滑动土楔”,由于土体与墙体是不同的对象, BC 达到极限状态时,已形成“滑动土楔”。

通过以上分析,可以对反力 Q 即主动土压力修正如下:

Q 即为所要求解的主动土压力,其大小和作用点未知,其方向也未知,但考虑到墙面与土体的摩擦角 δ ,可知 Q 方向的变化范围,亦即如图 1 所示,其可能的作用方向应该在 AB 的法线 N_2 上、下 δ 角变化范围之内。由于主动土压力是按极大值取值,故应在 Q 方向变化范围内取其最大值,即为所求的主动土压力。实际发生的主动土压力可能是在方向与 N_2 上、下 δ 角变化范围之内,和墙与土之间的相对位移有关,而定义的主动土压力是其可取方向范围内的最大值。

由上可知,滑动土楔体 ABC 上作用的力有 G 、 R 、 Q ,未知数如下:① R 大小和作用点;② Q 大小、作用点和的方向。

3 主动土压力求解

为了求解 Q ,考虑图 1 中滑动土楔体 ABC 的静力平衡条件,如图 2 所示绘出 G 、 R 和 Q 的力三角形。

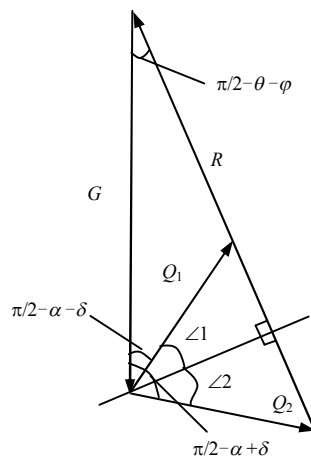


图 2 主动土压力计算的力三角形
Fig.2 Triangle of forces for active earth pressure

在图 2 中,若 θ 值已知,则 G 的大小和方向已知, R 方向已知(因为 BC 面为极限状态), Q 的方向只能在与 G 方向(垂直线)成 $(\pi/2 - \alpha - \delta)$ 和 $(\pi/2 - \alpha + \delta)$ 变化范围。由于 Q 是一个极大值,根据图 Q 的方向变化范围, Q 的极大值只能发生在与 G 成 $(\pi/2 - \alpha - \delta)$ 角或 $(\pi/2 - \alpha + \delta)$ 角上,即图 2 中所示 Q_1 或 Q_2 力矢。从而确定 Q 的极大值问题变为了二选一的问题,可进一步确定。

如图 2 所示,从力三角形的左下角点作 R 作用线的垂线,分如下情况考虑:

(1) 如果垂线在 Q 的作用线范围内,则分 Q 的角作用范围为如图 2 示 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 。则有:

$$\angle 1 = \varphi + \alpha + \delta + \theta - \pi/2 \quad (1)$$

$$\angle 2 = -\varphi - \alpha + \delta - \theta + \pi/2 \quad (2)$$

如果 $\angle 1$ 大于 $\angle 2$,即

$$\varphi + \alpha + \theta > \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

则极大值取与 R 垂线偏 $\angle 1$ 方向,取 Q_1 ,这就是经典库仑土压力的解。反之,若 $\angle 2 > \angle 1$,则极大值取与 R 垂线偏 $\angle 2$ 方向,取 Q_2 ,此时墙面土体有相对墙向上的趋势,与经典库仑土压力定义的滑动趋势刚好相反。

由于 θ 为待定,所以在最终确定 θ 之前,按上述方法并无法确定 Q 极大值取得时 Q 的方向。从而,在实际计算时,应该将两种情况即 Q_1 和 Q_2 均计算出来再做比较,进而确定 Q 的方向。

(2) 如果垂线在 Q 的作用线范围外,则可直接比较 $(\pi/2 - \alpha - \delta)$ 和 $(\pi/2 - \alpha + \delta)$ 的大小,或比较 $|\delta + \alpha|$ 和 $|\delta - \alpha|$ 的大小。

此时分两种情况:

(1) 当 $\theta + \varphi > (\pi/2 - \alpha + \delta) > (\pi/2 - \alpha - \delta)$, 此种情形多发生在墙背倾斜较大时, 其力三角形见图3。此时 Q 极大值取与 G (垂直线) 成 $(\pi/2 - \alpha - \delta)$ 角方向, 即 Q_1 , 是经典库仑土压力的解。此时要注意 R 作用线仍是由待定的 θ 角求得, 故建议同时求出 Q_1 和 Q_2 进行比较, 进而决定 Q 的方向。

(2) 当 $(\pi/2 - \alpha + \delta) > (\pi/2 - \alpha - \delta) > \theta + \varphi$, 此种情形常发生在墙背为反向倾斜情况下 (在工程中也是常见的形式), 即 α 为负时, 其力三角形见图4。

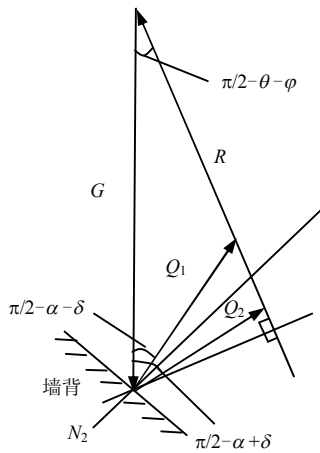


图3 主动土压力计算的力三角形 (墙背倾斜较大时)

Fig.3 Triangle of forces for active earth pressure with a large tilt angle of wall back

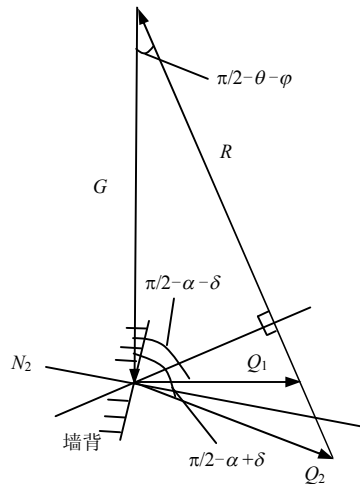


图4 主动土压力计算的力三角形 (墙背为反向倾斜时)

Fig.4 Triangle of forces for active earth pressure with a negative tilt angle of wall back

此时 Q 极大值取与 G (垂直线) 成 $(\pi/2 - \alpha + \delta)$ 角方向, 即 Q_2 。

总结上述图 2~4 各种情况, 可以从几何关系

上得出: 若 θ 一定、若墙背线与 R 方向平行时, 即 $\alpha = \pi/2 - \theta - \varphi$ 时, $Q = Q_1 = Q_2$, Q 的极大值可同时取两者作为最终的主动土压力值; $\alpha > \pi/2 - \theta - \varphi$ 时, 为原经典库仑土压力解, 即 $Q = Q_1$; $\alpha < \pi/2 - \theta - \varphi$ 时, 即 $Q = Q_2$ 。进一步地分析可以认识到, 上述比较是在同一破裂角 θ 上进行的。而 Q_1 和 Q_2 的极大值可能并不发生在同一破裂角 θ 上。从图 2~4 各种情况仍无法确定主动土压力最大值, 但上述各图已说明求解的复杂程度。

图 2~4 中所示的 Q_1 就是原库仑主动土压力解, 从图 1 中得到 Q_1 为

$$Q_1 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\sin(\theta + \alpha) \cos(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \beta) \sin(\theta + \psi)} \quad (4)$$

式中: $\psi = \varphi + \alpha + \delta$ 。

式 (4) 中由于 θ 角为待定, 一般可知其在 $(\pi/2 + \alpha)$ 和 φ 之间变化, 计算 Q_1 的极大值则对 θ 求导, 即得到原库仑解。

同理, 可对 Q_2 的大小进行求解。由于表达式子情形一致, 对图 2~4 所示各种情况下的力三角形, 均可由正弦定律得

$$\frac{G}{\sin(\theta + \varphi + \alpha - \delta)} = \frac{Q_2}{\cos(\theta + \varphi)} \quad (5)$$

其中滑动土楔体 ABC 的重力 G 可从图 1 中解出为

$$G = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos(\alpha - \beta) \sin(\theta + \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\theta + \beta)} \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (5) 得

$$Q_2 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{\sin(\theta + \alpha) \cos(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \beta) \sin(\theta + \psi)} \quad (7)$$

式中: $\psi = \varphi + \alpha - \delta$ 。形式与式 (4) 完全一致。

设

$$M = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha} \quad (8)$$

很显然 M 为常数。则式 (7) 可简化为

$$Q_2 = M \frac{\sin(\theta + \alpha) \cos(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \beta) \sin(\theta + \psi)} \quad (9)$$

令 $k = \tan(\theta + \beta)$, 验证式 (9) 可变换为式 (10)。

$$Q_2 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\alpha - \beta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos^2 \alpha \cos(\psi - \beta)} \cdot \frac{[\cot(\varphi - \beta) - k][k + \tan(\alpha - \beta)]}{k + \tan(\psi - \beta)} \quad (10)$$

由式(10)可知, Q_2 是 k 的函数, 由 $dQ_2/dk=0$, 可得 k 的一元二次方程。考虑到工程中一般 $k = \tan(\theta + \beta) > 0$, 当 $[\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)][\tan(\psi - \beta) + \cot(\varphi - \beta)] \geq 0$ 时, k 的解有

$$k = \tan(\theta + \beta) = -\tan(\psi - \beta) + \sqrt{[\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)][\tan(\psi - \beta) + \cot(\varphi - \beta)]} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{[\cot(\varphi - \beta) - k][k + \tan(\alpha - \beta)]}{k + \tan(\psi - \beta)} &= \frac{[\cot(\varphi - \beta) + \tan(\psi - \beta) - N][\tan(\alpha - \beta) - \tan(\psi - \beta) + N]}{N} = \\ \frac{[\cot(\varphi - \beta) + \tan(\psi - \beta)][\tan(\alpha - \beta) - \tan(\psi - \beta)] + [\cot(\varphi - \beta) + 2\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)]N - N^2}{N} &= \\ \frac{-N^2 + [\cot(\varphi - \beta) + 2\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)]N - N^2}{N} &= \\ -2N + [\cot(\varphi - \beta) + 2\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)] &= \\ \left[\sqrt{[\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)]} - \sqrt{[\tan(\psi - \beta) + \cot(\varphi - \beta)]} \right]^2 & \quad (12) \end{aligned}$$

将式(12)代入式(10), 最终主动土压力 Q_2 求解公式为

$$Q_2 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\alpha - \beta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos^2 \alpha \cos(\psi - \beta)} \left[\sqrt{[\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)]} - \sqrt{[\tan(\psi - \beta) + \cot(\varphi - \beta)]} \right]^2 \quad (13)$$

从以上可看到, Q_2 和 Q_1 的求解公式与求 θ 公式形式均一致, 但其区别在于:

$$\psi = \begin{cases} \varphi + \alpha + \delta, & \text{对 } Q_1 \\ \varphi + \alpha - \delta, & \text{对 } Q_2 \end{cases} \quad (14)$$

最终主动土压力求解为两者较大者, 即

$$Q = \max(Q_1, Q_2) \quad (15)$$

并可按式(11)求得滑动面 BC 与垂线的夹角 θ 。由于求解 Q_1 和 Q_2 时是互相独立的, 均可由式(11)求得对应的夹角 θ , 所以 Q_1 和 Q_2 将可能在不同的夹角 θ 上取得。由于夹角 θ 可能不同, 所以图 2~4 中的 Q_1 和 Q_2 并不能代表同时为极大值, 而仅表示存在的一种几何关系。求解时要特别注意。

由于 Q_1 的求解与原库仑土压力理论完全一致, Q_2 与 Q_1 的求解途径也一致, 可按原理论求土压力分布、合力大小和作用点, 本文不再复述。

4 对被动土压力的修正

仍然以图 1 为模型, 如图 5 所示, 墙高为 H 的挡土墙, 墙背 AB 倾斜, AB 与竖直线的夹角为 α , 墙后填土表面 AC 是一平面, 与水平面的夹角为 β ,

由式(11)就可得到 Q_2 取极大值时滑动面 BC 与垂线的夹角 θ 。

将式(11)代入式(10), 即可得到最终的土压力求解公式。

令

$$N = \sqrt{[\tan(\psi - \beta) - \tan(\alpha - \beta)][\tan(\psi - \beta) + \cot(\varphi - \beta)]},$$

则 $k = -\tan(\psi - \beta) + N$ 代入式(10)中的各项,

墙背与墙后土间的摩擦角为 δ , 墙后填土的摩擦角为 φ 。若墙后土体在墙体的作用下达到极限平衡状态(被动状态), 土体产生沿某一平面 BC 达到剪切极限, 形成土楔体 ABC , BC 与垂线夹角为 θ 。在此模型下分析滑动土楔体 ABC 的受力情况如下:

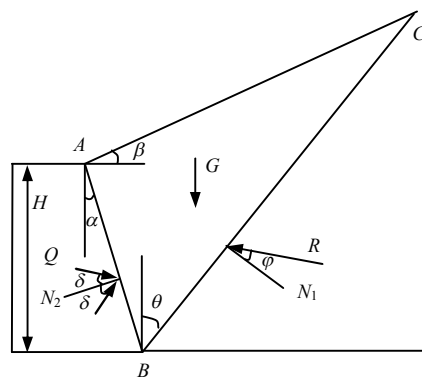


图 5 被动土压力计算模型图

Fig.5 Model of Coulomb's passive earth pressure

(1) 滑动土楔体 ABC 的重力 G 。若 θ 值已知, 则 G 的大小、方向及作用点位置均已知, 即 G 是 θ 值的函数。

(2) 土楔体 ABC 在 BC 面上受到反力 R 。由于墙后滑动土楔体 ABC 在 BC 面达到极限状态, 与经典库仑土压力保持一致, R 的方向与 BC 的法线 N_1 成 φ 角, R 合力的大小和作用点未知。

(3) 挡土墙 AB 面对滑动土楔体 ABC 的反力 Q , 也是土体作用在挡土墙上的被动土压力。对于这个力, 分析如下:

经典库仑土压力理论认为此时滑动土楔体

ABC 有向上滑动的趋势也即达到剪切极限,并同时 AB 面也达到剪切极限,所以认为其方向也已确定。

与主动状态相同,当 BC 面达到极限时,并不要求 AB 面也达到极限。土体和墙体是两个不同的对象,只有土体在 BC 面达到剪切极限是定义被动土压力的前提。 BC 面达到剪切极限时,土楔体 ABC 作用在墙体上的力即 Q 的方向只要在容许方向范围内即可。 Q 即为所求解的被动土压力,其大小、作用点及方向未知,但考虑到墙面与土体的摩擦角 δ ,可知 Q 方向的变化范围(如图5所示),其方向与 AB 的法线 N_2 在上、下 δ 角变化范围之内。

基于上面的分析,对 Q 即被动土压力修正如下: Q 为待求解的被动土压力,其大小和作用点未知,其方向也未知,但考虑到墙面与土体的摩擦角 δ ,可知 Q 的方向的变化范围(如图5所示),其方向与 AB 的法线 N_2 在上、下 δ 角变化范围之内。且 Q 应该在其方向变化范围内取其最小值,即为所求的被动土压力。实际发生的被动土压力可能是在方向与 N_2 上、下 δ 角变化范围之内,而定义的被动土压力是其可取值方向范围内的最小值。

由上知道,滑动土楔体 ABC 上作用的力有 G 、 R 、 Q ,未知数如下:① R 大小和作用点;② Q 大小、作用点和的方向。

5 被动土压力的求解

为了求解最小的被动土压力 Q ,考虑滑动土楔体 ABC 的静力平衡条件,如图6绘出 G 、 R 和 Q 的力三角形,此力三角形为在图5基础上绘出。

由图6可知, G 的大小和方向已知, R 方向已知(因为 BC 面为剪切极限状态),故 Q 的方向只能在与 G (垂直线)成 $(\pi/2-\alpha-\delta)$ 和 $(\pi/2-\alpha+\delta)$ 变化。由于要找到 Q 的最小值,根据图6所示 Q 的方向变化范围, Q 的最小值只能发生在 Q 与 R 垂直线上,亦即图中 Q_3 力矢。若 Q_3 与 R 的垂直线与 G (垂直线)所夹的角度不在 $(\pi/2-\alpha-\delta)$ 和 $(\pi/2-\alpha+\delta)$ 之间,则 Q_1 或 Q_2 之中取靠近垂线者即较小值为所求被动土压力值。

对于如上定义的被动土压力 Q 的求解,笔者仍没有推导出解析表达式,但对现经典库仑被动土压力求解,可以按图6进行修正,即:①按原库仑土压力公式确定 BC 滑面获得 θ 角的值;②按图6分别求 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 (若存在)值;③比较 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 (若存在)值,确定被动土压力 Q 的取值。很显然,这种修正方法是假定 θ 角仍保留原库仑理论的解,但计算结果将比原理论的计算结果更小。

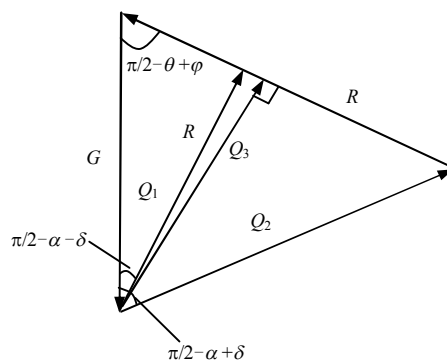


图6 被动土压力计算的力三角形

Fig.6 Triangle of forces for passive earth pressure

6 算例

为了便于查对比较,本文例题将参考《挡土墙土压力计算手册》^[11]中的例题,以下简称“原手册”。本文例题仅举出主动土压力求解,例题中参数对应图1中各参数。

例1:原手册例3-1: $H=6\text{ m}$, $\alpha=15^\circ$, $\beta=10^\circ$, $\delta=15^\circ$, $\varphi=30^\circ$, $\gamma=16.5\text{ kN/m}^3$ 。

计算结果: $Q_1=146.62\text{ kN}$ (此时 $\theta=31.8^\circ$, 对应 $Q_2=166.27\text{ kN}$); $Q_2=176.24\text{ kN}$ (此时 $\theta=19.4^\circ$, 对应 $Q_1=136.15\text{ kN}$)。

最终确定主动土压力为: $Q=Q_2=176.24\text{ kN}$ 。

例2:原手册例3-2: $\beta=-10^\circ$, 其他参数同例1。

计算结果: $Q_1=110.76\text{ kN}$ (此时 $\theta=24.0^\circ$, 对应 $Q_2=135.95\text{ kN}$); $Q_2=145.53\text{ kN}$ (此时 $\theta=11.8^\circ$, 对应 $Q_1=102.13\text{ kN}$)。

最终确定主动土压力为: $Q=Q_2=145.53\text{ kN}$ 。

例3:原手册例3-3: $\alpha=0^\circ$, 其他参数同例1。

计算结果: $Q_1=101.92\text{ kN}$ (此时 $\theta=36.1^\circ$, 对应 $Q_2=129.4\text{ kN}$); $Q_2=135.40\text{ kN}$ (此时 $\theta=27.9^\circ$, 对应 $Q_1=96.43\text{ kN}$)。

最终确定主动土压力为: $Q=Q_2=135.40\text{ kN}$ 。

例4:原手册例3-4: $\beta=0^\circ$, 其他参数同例1。

计算结果: $Q_1=125.95\text{ kN}$ (此时 $\theta=27.5^\circ$, 对应 $Q_2=149.20\text{ kN}$); $Q_2=159.16\text{ kN}$ (此时 $\theta=15.0^\circ$, 对应 $Q_1=116.51\text{ kN}$)。

最终确定主动土压力为: $Q=Q_2=159.16\text{ kN}$ 。

例5:原手册例3-5: $\delta=0^\circ$, 其他参数同例1。

计算结果: $Q_1=Q_2=152.15\text{ kN}$ (此时 $\theta=27.0^\circ$)

最终确定主动土压力为: $Q=Q_1=Q_2=152.15\text{ kN}$ 。

以上例题中, Q_1 值即为原库仑土压力值,与原手册计算结果均相同。而题中 Q_2 值为另一极值。为比较,上述结果均计算出了相应 θ 角度及在此 θ

角度对应的 Q_2 (或 Q_1)。例题结果显示, 当主动土压力 Q 取 Q_2 时, 主动土压力与原库仑土压力有明显的数值上的不等。

7 结论与建议

(1) 对原库仑土压力给出了一些修正和不同解释, 对原库仑土压力的求解条件提出了不同看法。原库仑土压力理论认为, 墙后土楔体在土中破裂面上达到剪切极限, 在墙与土接触面上也同时达到极限, 所以根据极限状态, 可确定土压力的作用方向。笔者认为: 土楔体和挡土墙之间的作用力 (即定义的土压力), 并非一定要达到剪切极限状态, 因此, 不能确定土压力的作用方向, 但土压力的作用方向必须在其允许的角度范围之内。所以, 本文修正原主动土压力为作用方向角度允许变化范围内主动土压力的最大值, 被动土压力为作用方向角度允许变化范围内的被动土压力最小值。实质上, 原库仑土压力理论对主 (被) 动土压力极值的搜索仅仅考虑了土体极限滑动面 (即 θ 角所决定), 而本文方案考虑了土体极限滑动面和土压力作用方向的变化两个因素。

(2) 对于墙后土楔体, 笔者认为, 墙体和土楔体是两个不同物体, 土楔体的形成仅仅是因为土中的破裂面而形成。原库仑土压力求解时要求墙体与土之间也达到临界状态是不必要的, 墙体对土楔体的作用力 (即土压力) 实质就类似于一物 (墙) 施加于另一物 (土楔体) 的力, 即使另一物 (土楔体) 滑动了, 两物之间也并非要求滑动。这个道理就像人用手推动某物品, 但手不一定在与被推物接触面上打滑。

(3) 工程中实际发生的土压力的作用方向可以是在两倍 δ 角的范围, 其方向主要取决于工程中墙与土的相对位移。而本文定义的主 (被) 动土压力是这个范围之间的极值, 这是符合极限状态设计原则的。墙与土接触面的相对位移同时与墙体位移和土体位移有关, 而墙体位移和土体位移又受复杂的工程地质条件和施工条件影响, 所以实际发生的土压力的作用方向应视具体工程而论, 但在理论上均不应大于 (对主动) 或小于 (对被动) 本文修正后的土压力。

(4) 本文对主动土压力的求解为其方向变化范围内的两个端点, 其中一个 (即 Q_1) 正好是原库仑土压力的值, 但通过例题, 另一极值 Q_2 往往大于 Q_1 , 本文未给出论证, 有待进一步研究。

(5) 对被动土压力, 本文只给出修正方案, 没有得到较直接简便的求解公式, 但在原库仑被动土压力求解方法基础上, 给出了改进的求解方案。被动土压力的求解有待进一步的工作。

(6) 本文的求解仍遵循了原库仑土压力静力平衡求解方案, 也即从静力平衡的力三角形直接得到解答, 所以本文结果与原库仑土压力理论一样没有考虑滑动楔体的力矩平衡。但即使考虑力矩平衡, 其土压力方向也只能在其容许范围内, 所以本文结果仍是土压力的极限值。

(7) 原库仑土压力理论作为经典理论, 至今仍被广泛应用, 并编入诸多规范和教材中。鉴于本文的工作与原库仑土压力理论有不同观点并将引起不同的计算结果, 且本文计算结果往往比原库仑理论计算大 (对主动) 或小 (对被动), 希望引起有关方面的重视。

致谢: 本文作者在研究工作中长期得到葛修润院士的关心与指导, 值此葛院士八十华诞之际, 作者表示衷心的感谢和深深的祝福!

参考文献

- [1] 顾慰慈. 黏性土主动土压力计算[J]. 水利学报, 1991, (2): 55—64.
GU Wei-ci. Calculation of active earth pressure for cohesive soil[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1991, (2): 55—64.
- [2] 彭明祥. 挡土墙主动土压力的库仑统一解[J]. 岩土力学, 2009, 30(2): 379—386.
PENG Ming-xiang. Coulomb's unified solution of active earth pressure on retaining wall[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(2): 379—386.
- [3] 卢廷浩. 考虑黏聚力及墙背黏着力的主动土压力公式[J]. 岩土力学, 2002, 23(4): 470—473.
LU Ting-hao. A formula of active earth pressure including cohesion and adhesion[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(4): 470—473.
- [4] 胡晓军. 黏性土主动土压力库仑精确解的改进[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(8): 1049—1052.
HU Xiao-jun. Improvement on Coulomb accurate solution of active earth pressure to cohesive soil[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2006, 28(8): 1049—1052.